

OSA 2. Arvutusülesanded ja lahendused

Ülesanne 1. Liivaterad basseinis (10 p.)

Autor: Alvar Soesoo, Lahendus: Päivo Simson

Jüri ehitas aeda basseini ning soovis selle äärde väga kõrge kvaliteediga ja sajandeid kestvat liiva. Basseinifirma pakkus talle kahte varianti: valget kvartsliiva ja rohelist oliviinliiva, soovitades just oliviinist varianti kuna see on eriline, roheline ja väga kõva teraga. Jüri oli kimbatuses. Õnneks oli Jüril tuttav professor, kellelt ta nõu päris.

Professor ütles, et ükski liiv ei ole igavene, kõik terad, olgu need siis kvartsist või oliviinist lagunevad ja lahustuvad ikka lõpuks ära. „Aga kumb ikka kauem vastu peab, oliviin peaks ju olema väga tugev, kristalliseerub ta ju magmast tavaliselt esimesena?” päris Jüri edasi. „Sa pead ise arvutama”, pani professor ette ja otsis Jürile raamatust ühe valemi ja mõned arvud ja palus, et kui Jüri teada saab siis tuleb ütleb ka talle.

Ülesanne: Arvutage oliviinist ja kvartsist liivaterade lahustumise (lagunemise) ajad aastates ning võrrelge tulemusi. Kumba liiva peaks Jüri valima?

Vastus esitage koos lahenduskäiguga!

ALGANDMED

Liivatera lahustumisaja t_x jaoks oli Jüril valem

$$t_x = \frac{D_x}{2(k_x \cdot V_m)},$$

kus D_x on liivatera diameeter. Jüri otsustas, et valib selleks 1 mm.

Oliviinist (forsteriit) tekkinud liivatera jaoks andis professor järgmised arvud:

k_x (lahustumise määra konstant) on $2,75 \cdot 10^{-9} \text{ mol}/(\text{m}^2 \cdot \text{sec})$, kus "sec" tähistab sekundit,
 V_m (molaarne maht) on $4,365 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{mol}$.

kvartsist liivatera jaoks aga:

k_x on $2,75 \cdot 10^{-13} \text{ mol}/(\text{m}^2 \cdot \text{sec})$,
 V_m on $2,269 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{mol}$.

Kvarts: SiO_2



Oliviin (forsteriit): Mg_2SiO_4



Lahendus

Oliiviinist liivatera jaoks saame

$$t_x = \frac{0,001}{2 \cdot 2,75 \cdot 10^{-9} \cdot 4,635 \cdot 10^{-5}} \cdot \frac{1}{3600 \cdot 24 \cdot 365} = 124,4 \text{ a},$$

kus arvestasime, et tunnis on 3600 sekundid, päevas on 24 tundi ja aastas on 365 päeva. Kvartsist liivatera jaoks saame analoogiliselt

$$t_x = \frac{0,001}{2 \cdot 2,75 \cdot 10^{-13} \cdot 2,269 \cdot 10^{-5}} \cdot \frac{1}{3600 \cdot 24 \cdot 365} = 2,541 \cdot 10^6 \text{ a}.$$

Näeme, et kui Jüri tahab sajandeid kestvat liiva, siis peaks ta kindlasti valima kvartsi, mis kestab 2,5 miljonit aastat, võrreldes oliiviiniga, mis kestab kõigest 124 aastat.

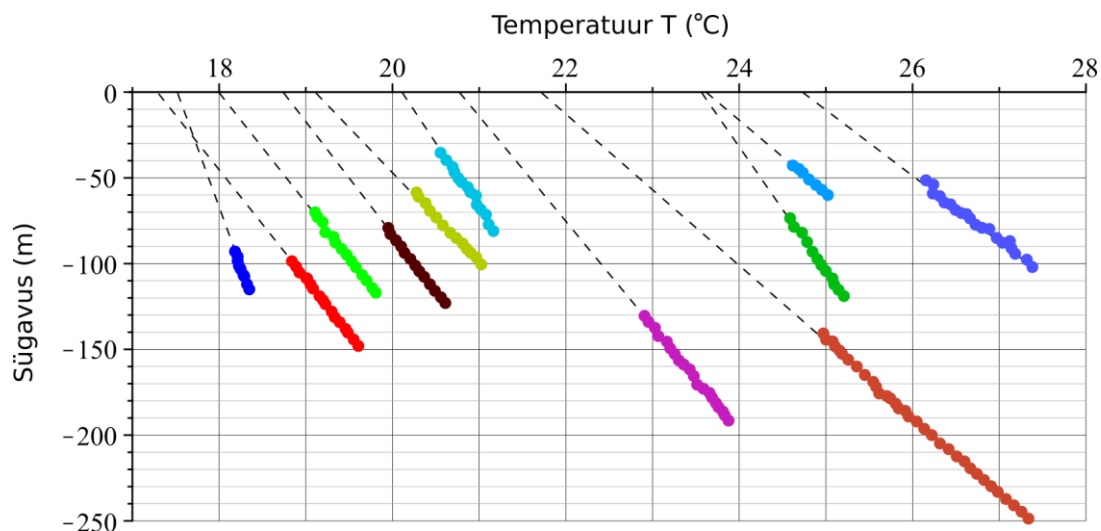
Ülesanne 2. Igikelts Verhojanski piirkonnas (30 p.)

Autor: Jaan Kalda, Lahendus: Päivo Simson

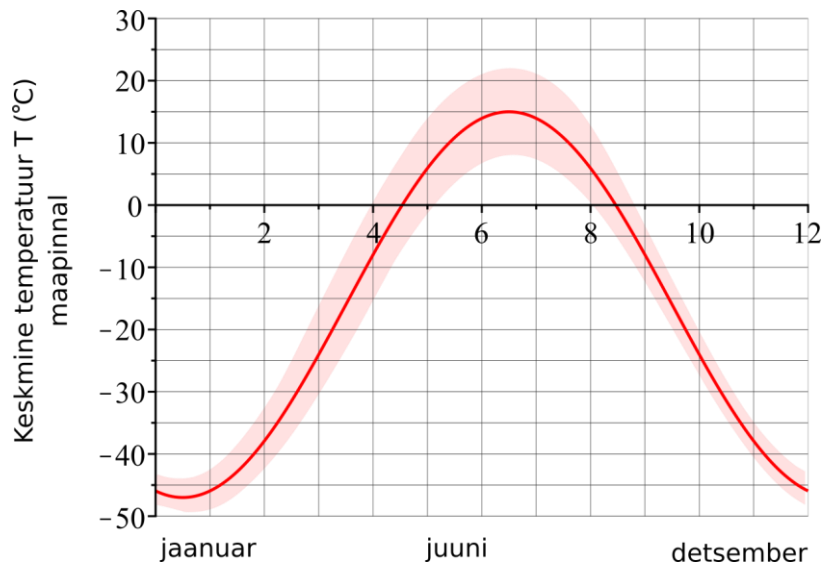
Joonisel 1. on näidatud erinevates Maa piirkondades mõõdetud pinnase temperatuuri sõltuvust sügavusest. Joonisel 2. on toodud üle aastate keskmistatud aastaringne temperatuurikõver Verhojanskis.

Hinnake nende andmete põhjal igikeltsa paksust Verhojanski piirkonnas.

Vastus esitage koos lahenduskäiguga!



Joonis 1. Pinnase temperatuuri mõõtmised erinevates piirkondades



Joonis 2. Aastaringne temperatuurikõver Verhojanskis

Lahendus

Joonisel 1. toodud mõõtmistulemused näitavad, et maapinna ülemistes kihtides (vähemalt sügavuseni 250 m) kasvab temperatuur sügavuse kasvades lineaarselt. Hinnangu andmiseks piisab, kui eeldame, et sõltuvus jääb lineaarseks ka sügavamal (vähemalt igikeltsa paksuseni):

$$T = T_0 + kh,$$

kus T_0 on temperatuur maapinnal ja h on sügavus, mille loeme positiivseks (sellisel juhul on ka k positiivne). Järgmiseks tekib küsimus, millist andmeseeriat jooniselt 1. kasutada? Suurima ja vähima väärtuse saamiseks valime esimese ja viimase joone, mis on parajasti kõige suurema ja kõige väiksema kaldega, ning määrame joonise abil nende tõusud ($k = \Delta T / \Delta h$).

$$k_1 \approx \frac{0,9}{115} \approx 0,0078; \quad k_2 \approx \frac{2,7}{102} \approx 0,0265$$

Järgmiseks määrame joonise 2. põhjal maapinna keskmise temperatuuri Verhojanskis. Graafik on väga lähedane sinusoidile, mis tähendab, et aasta keskmise temperatuuri võib leida miinimumi ja maksimumi keskmisena (sest siinuse keskväärts on null):

$$T_0 = \frac{T_{max} + T_{min}}{2} = \frac{15^\circ\text{C} - 47^\circ\text{C}}{2} = -16^\circ\text{C}$$

Igikeltsa paksuse saame nüüd tingimusest $T = 0$, mis vastab jää sulamistemperatuurile ja sellest kõrgemal temperatuuril järelikult igikeltsa olla ei saa. Saame

$$T_0 + k_1 h_1 = 0 \rightarrow h_1 = -\frac{T_0}{k_1} = \frac{16 \cdot 115}{0,9} \approx 2040 \text{ m}$$

$$T_0 + k_2 h_2 = 0 \rightarrow h_2 = -\frac{T_0}{k_2} = \frac{16 \cdot 102}{2,7} \approx 600 \text{ m}$$

Hinnanguks võime kasutada nende kahe „piirväärtuse” keskmist, mis annab igikeltsa paksuseks ligikaudu 1300 m. Igikeltsa tegelik paksus selles piirkonnas on u 1500 m.

Märkus: õigeks loetakse ka matemaatiliselt vähem ranged lahendused eeldusel, et loogika ja arvutused on korrektsed; samuti lahendused, mis kasutavad jooniselt ühte (hinnanguliselt keskmiseks valitud) andmeseeriat, kui tulemus jääb antud lahenduses toodud vahemikku 600 – 2040 m.

Ülesanne 3. Liivamaardla (30 p.)

Autor: Alvar Soesoo , Lahendus: Päivo Simson

Geoloogiliste uuringutega tuvastati Hiiumaa lähedal merepõhjas väga suur liivamaardla. Puurimise, kopaproovide ja geofüüsikaliste uuringute tulemusena saadi liiva koostis ja liivalasundi paksus (joonisel piiritletud samapaksusjoontega). Kasutatud andmestiku alusel piiritleti liivamaardla ja erineva paksusega piirkonnad.

Teie ülesandeks on:

1. Arvutada maardlas oleva liiva maht m^3 -tes ümardades 1000 m^3 täpsuseni.

2. Arvutada:

(2.1) 1 m^3 liiva kaal kilogrammides;

(2.2) kogu liiva kaal tonnides.

Mõlemal juhul on eelduseks, et tegu on puhta ja kuiva kvartsliidaga, mille tera on sfääriline ja läbimõõduga 1 mm. Kvartsi tihedus on 2650 kg/m^3 .

Joonis on järgmisel lehel.

Lahendus

Jooniselt näeme, et üks ruut on $500 \times 500 \text{ m}$, ehk $0,25 \cdot 10^6 \text{ m}^2$ ($0,25 \text{ km}^2$).

6-meetri paksuse ala pindala (sinine) ~ 3 ruutu ehk $0,75 \cdot 10^6 \text{ m}^2$ ($0,75 \text{ km}^2$).

4-meetri paksuse ala pindala (pruun) ~ 60 ruutu ehk $15 \cdot 10^6 \text{ m}^2$ (15 km^2).

2-meetri paksuse ala pindala (oranž) ~ 100 ruutu ehk $25 \cdot 10^6 \text{ m}^2$ (25 km^2).

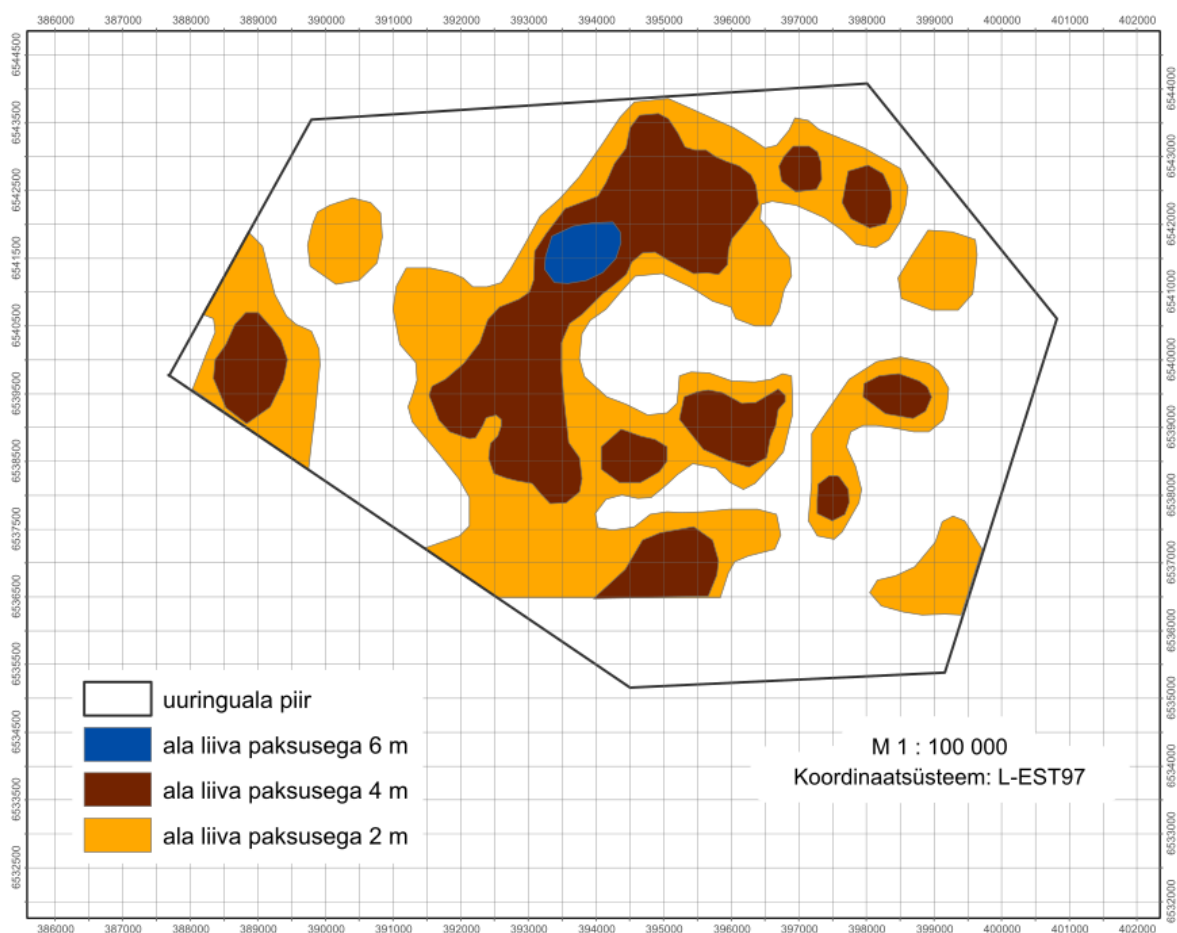
Liiva kogumaht on ligikaudu $V = (0,75 \cdot 6 + 15 \cdot 4 + 25 \cdot 2) \cdot 10^6 = 115 \cdot 10^6 \text{ m}^3$.

Sfäärilise $d=1 \text{ mm}$ liivatera ruumala on $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (1/2)^3 = 0.5234 \text{ mm}^3$.

Ühes kuupmeetris on kvartsi järelikult $V_1 = 0.5234 \text{ m}^3$. Ühe kuupmeetri liiva mass on seega $m_1 = \rho \cdot V_1 = 2650 \cdot 0.5234 = 1388 \text{ kg}$.

Liiva kogumass maardlas on ligikaudu

$m = \rho \cdot V = 115 \cdot 10^6 \cdot 1388 = 1,6 \cdot 10^{11} \text{ kg}$ ehk 160 miljonit tonni.



Joonis. Liivamaardla plaan